

Nome	Cognome	Matricola
------	---------	-----------

## Esame di Matematica Finanziaria – Gennaio 2026 – Prof. G. Masala

### Esercizio 1 (5 punti)

Un soggetto stipula un mutuo con la Banca per un importo pari ad euro 500.000, pattuendo la restituzione della somma prestata in base al seguente ammortamento:

modalità francese; tasso d'interesse pari al 4%; durata 3 anni; rate semestrali posticipate.

Dopo 1 anno dall'inizio dell'ammortamento vero e proprio, in cui paga regolarmente le rate, il debitore incontra un periodo di difficoltà economica e sospende il pagamento delle quote capitale per 1 anno.

Dopo di che si accorda per restituire il debito residuo in base ad un nuovo piano di ammortamento:

modalità francese; tasso d'interesse pari al 6%; durata 2 anni; rate semestrali posticipate.

Stendere il piano di ammortamento e calcolare il tasso di costo complessivo dell'operazione. Determinare la nuda proprietà e l'usufrutto all'epoca 3 con tasso di valutazione del 10%.

N	QC	QI	R	DR
0				500 000.00
0.5	79 301.89	9 901.95	89 203.84	420 698.11
1	80 872.38	8 331.46	89 203.84	339 825.73
1.5	0.00	6 729.88	6 729.88	339 825.73
2	0.00	6 729.88	6 729.88	339 825.73
2.5	81 280.52	10 046.27	91 326.80	258 545.21
3	83 683.42	7 643.38	91 326.80	174 861.78
3.5	86 157.36	5 169.44	91 326.80	88 704.43
4	88 704.43	2 622.37	91 326.80	0.00

**TIR = 4,66%**

**U = 7.312,84**

**NP = 162.788,20**

### Esercizio 2 (5 punti)

Sia data la seguente curva dei tassi:

$$i(0;t) = 0,04 + 0,005 \cdot (t-1)$$

Calcolare il valore attuale di una rendita quinquennale con rate posticipate pari a 2.000, differita di tre anni.

Valutare le rate di una rendita immediata posticipata quadriennale, con rate in progressione aritmetica di ragione 100, tale che la prima operazione sia equivalente alla seconda.

**VA = 6.846,52**

**Prima rata = 1.786,76**

### Esercizio 3 (5 punti)

Un'azienda ha a disposizione due progetti di investimento tra di loro alternativi. Il primo prevede il pagamento di un importo pari a 100 all'epoca 0 e flussi pari a 20 all'epoca 1, 30 all'epoca 2 e 80 all'epoca 3.

Il secondo investimento è un'obbligazione con cedole annue equivalente sul versante del TIR al primo progetto che richiede però un esborso di 80. L'operazione integrativa del secondo progetto è uno ZCB.

Si calcoli il TIR del primo progetto; il valore di rimborso dello ZCB integrativo.

**TIR = 11,40%**

**V = 27,65**

Nome	Cognome	Matricola

#### Esercizio 4 (5 punti)

Si considerino i seguenti due titoli obbligazionari:

- ZCB con i seguenti flussi:  $(-95; 100) / (0; 1)$
- CB con i seguenti flussi:  $(-99; 5; 5; 105) / (0; 1; 2; 3)$ .

Sapendo che la curva dei tassi è data da:  $i(0;t) = i = 0,06$ , calcolare:

- le quote di composizione ed il valore del portafoglio formato dai due titoli, che immunizza un'unica uscita di euro 5.000 prevista all'epoca 2;
- il prezzo del portafoglio delle entrate;
- il saldo netto del portafoglio complessivo in corrispondenza dell'epoca 3, nell'ipotesi in cui si verifichi uno shift negativo sulla curva dei tassi pari a 2 punti percentuali.

$\pi_1$	$\pi_2$	VA (E)	Prezzo ptf	VN <sub>3</sub>
21,77	24,62	4.449,98	4.505,55	+ 0,92

#### Esercizio 5 (5 punti)

Un portafoglio è formato da uno ZCB (con valore di rimborso pari a 105), quattro azioni, una Call venduta e una Put acquistata.

Il titolo azionario sottostante le opzioni vale 100 all'epoca 0, la Call e la Put hanno strike price ( $K$ ) pari, rispettivamente, a 98 e 102. Inoltre,  $u = 1,2$ ;  $d = 0,7$ ;  $i = 0,05$ ;  $T = 2$ .

Con riferimento al portafoglio così composto calcolare: il prezzo della Call e della Put; il valore all'epoca 0, il valore a scadenza nei 3 possibili scenari, il valore atteso, il TIR atteso e i TIR nei 3 possibili scenari.

Call	Put	V(0)	Valore atteso	V <sub>uu</sub>	V <sub>ud</sub>	V <sub>dd</sub>	TIR atteso	TIR <sub>uu</sub>	TIR <sub>ud</sub>	TIR <sub>dd</sub>
20,44	11,18	485,98	535,79	635,00	459,00	354,00	5%	14,31%	-2,82%	-14,65%

#### Domande teoriche (6 punti)

- 1) Confronto tra i tre principali regimi finanziari.
- 2) Significato della duration come sensibilità del valore di un titolo.
- 3) Il portafoglio replicante nella teoria delle opzioni.